

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2021-2022

Prova scritta in aula del 11.01.2022

Parte I - Testo 1

CdS Edilizia ☐

CdS AdC ☐

CdS SdA ☐

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

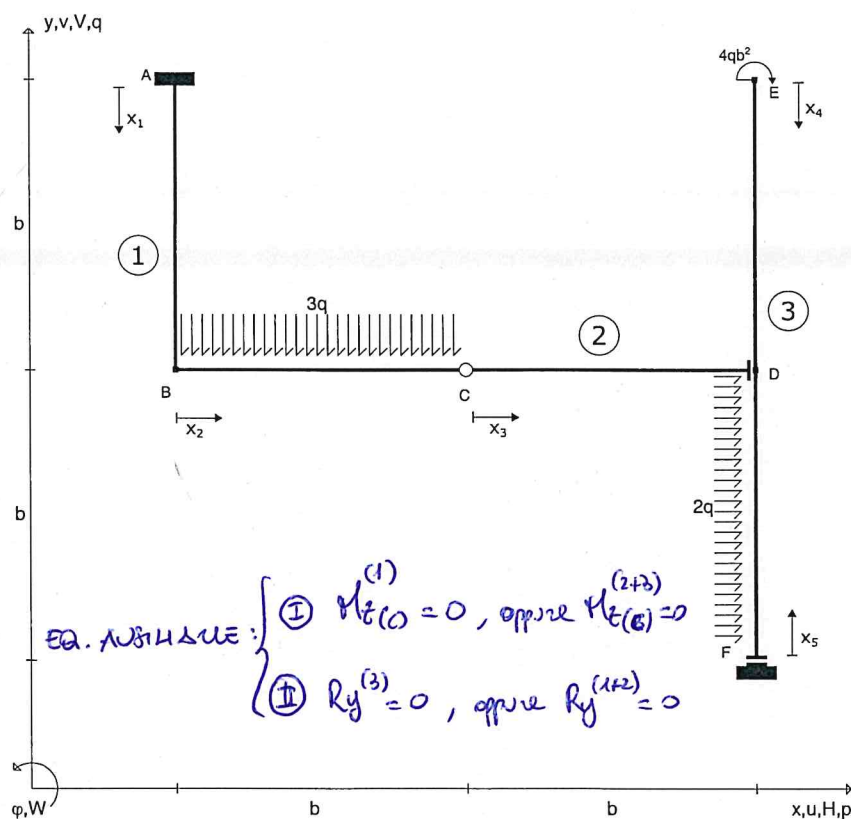
Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le equazioni delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici. Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 11.01.22*001



Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare H_D applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di:

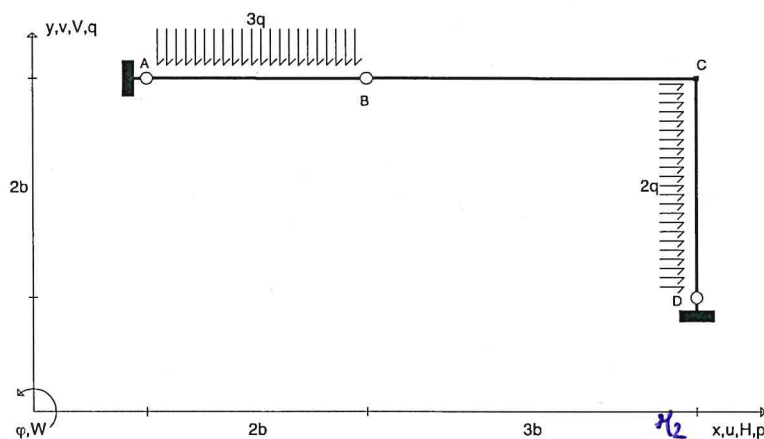
1. Determinare le coordinate (riferite all'origine A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta AB), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta BCD), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C , e quella orizzontale dello spostamento del punto D , u_D .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto C , M_C .

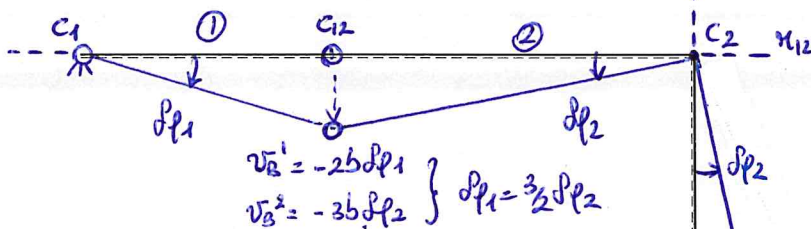
In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste AB , BC , CD) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto B , v_B , e quella orizzontale dello spostamento del punto B , u_B .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

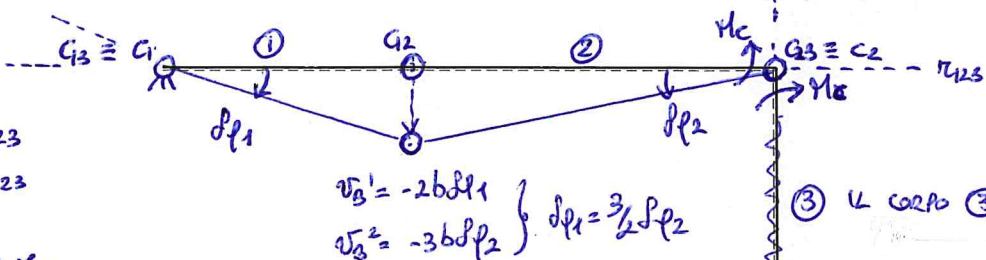


$$\begin{cases} C_2 \in \pi_2 \\ C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2 \quad C_2 \in \pi_{12} \end{cases}$$



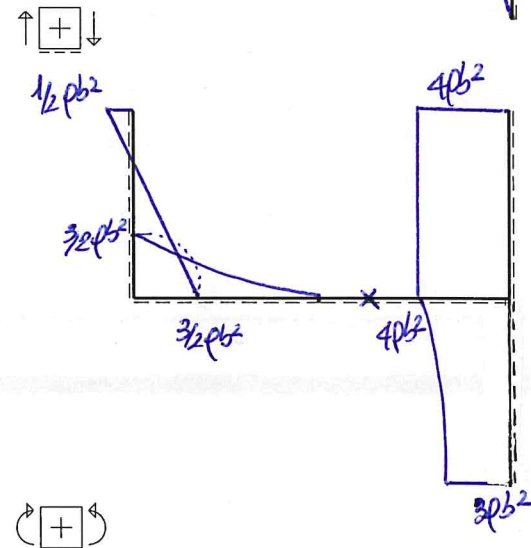
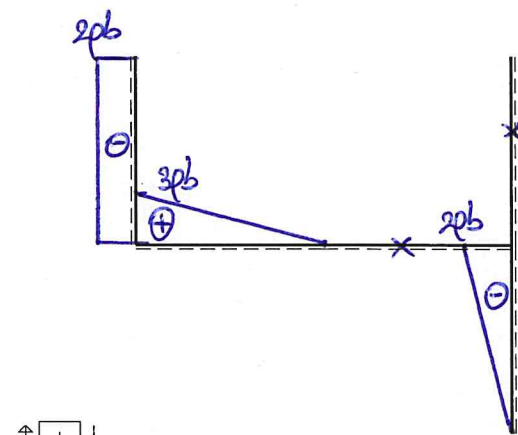
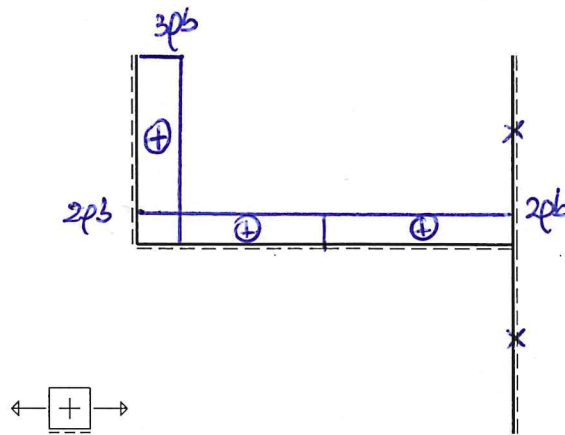
$$u_D = 2b \delta \phi_2$$

$$\begin{cases} C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2 \quad C_2 \in \pi_{12,23} \\ C_2 \leftrightarrow C_{23} \leftrightarrow C_3 \quad C_2 \in \pi_{23} \end{cases}$$



③ il corpo ③ rimane fermo

$$\begin{cases} C_1 \leftrightarrow C_{13} \leftrightarrow C_3 \quad C_{13} \in \pi_{13} \\ C_{12} \leftrightarrow C_{23} \leftrightarrow C_{13} \quad C_{13} \in \pi_{12,23} \end{cases}$$



$H_A (\Rightarrow) = -2pb$	$V_A (\uparrow) = 3pb$	$M_A (\curvearrowright) = -\frac{1}{2}pb^2$	$V_F (\uparrow) = 0$	$M_F (\curvearrowright) = 3pb^2$
$N_{AB} = 3pb$	$T_{AB} = -2pb$	$M_{AB} = \frac{1}{2}pb^2 - 2pbx_1$		
$N_{BC} = 2pb$	$T_{BC} = 3pb - 3qx_2$	$M_{BC} = -\frac{3}{2}pb^2 + 3pbx_2 - \frac{3}{2}qx_2^2$		
$N_{CD} = 2pb$	$T_{CD} = //$	$M_{CD} = //$		
$N_{ED} = //$	$T_{ED} = //$	$M_{ED} = -4pb^2$		
$N_{FD} = //$	$T_{FD} = -2px_5$	$M_{FD} = -3pb^2 - 9x_5^2$		

$$H_D (\Rightarrow) = -13/2 \cdot 96; C_1 = (0, 0); C_2 = (56, 0); C_{12} = (26, 0);$$

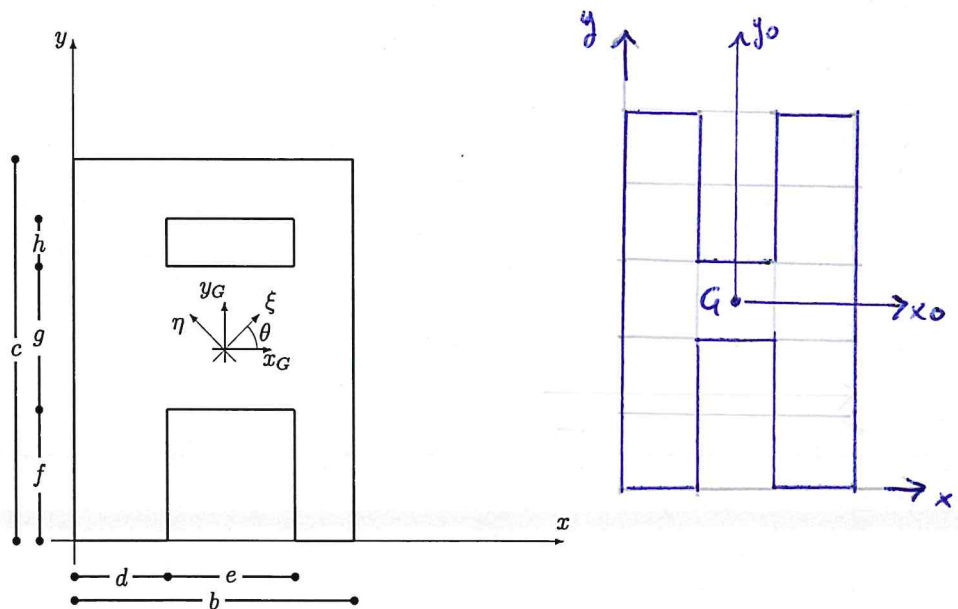
$$v_C = 0; u_D = 25/92$$

$$M_C (\curvearrowright) = -9962; v_B = -25/92; u_B = 0$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: *Si noti che il disegno non è in scala!*) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 3a$; $c = 5a$; $d = a$; $e = a$; $f = 2a$; $g = a$; $h = 2a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del doppio dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



$$S_x = 55/2 a^3 = 27,5 a^3; S_y = 33/2 a^3 = 16,5 a^3$$

$$x_G = 3/2 a = 1,5 a; y_G = 5/2 a = 2,5 a$$

$$J_{xG} = 251/12 a^4 = 20,91\bar{6} a^4; J_{yG} = 131/12 a^4 = 10,91\bar{6} a^4$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0$$

$$J_\xi = J_{\max} = 251/12 a^4; J_\eta = J_{\min} = 131/12 a^4$$

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2021-2022

Prova scritta in aula del 11.01.2022

Parte I - Testo 2

CdS Edilizia ☐

CdS AdC ☐

CdS SdA ☐

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

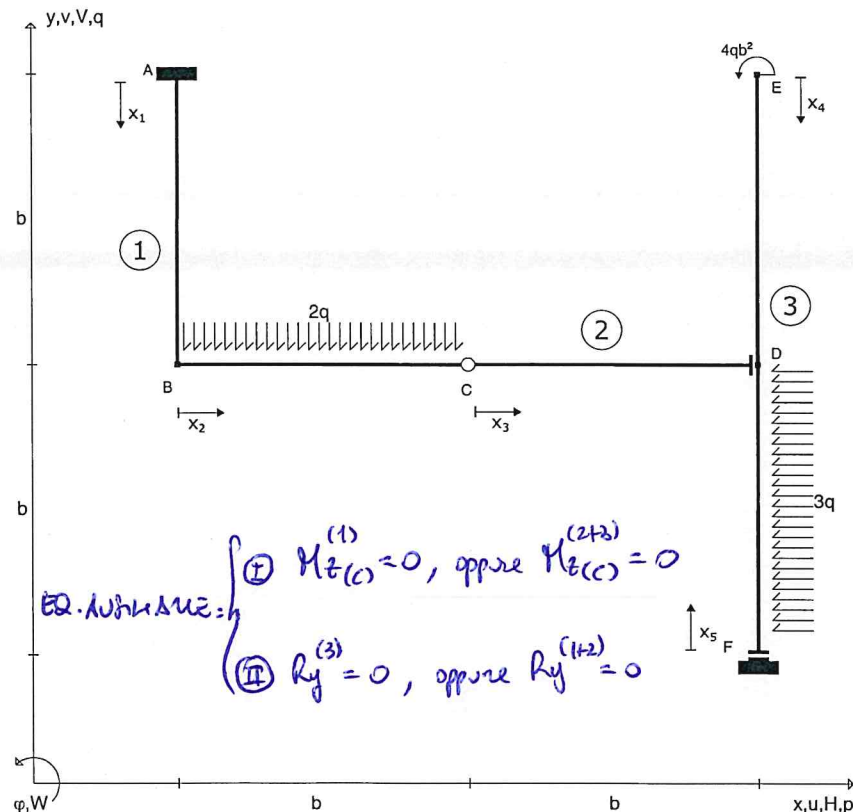
Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le equazioni delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici. Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 11.01.22*002



Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare H_D applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di:

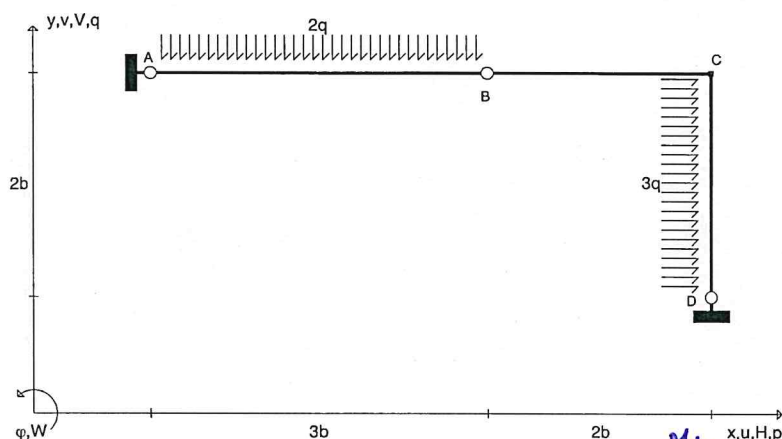
1. Determinare le coordinate (riferite all'origine A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta AB), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta BCD), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C , e quella orizzontale dello spostamento del punto D , u_D .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto C , M_C .

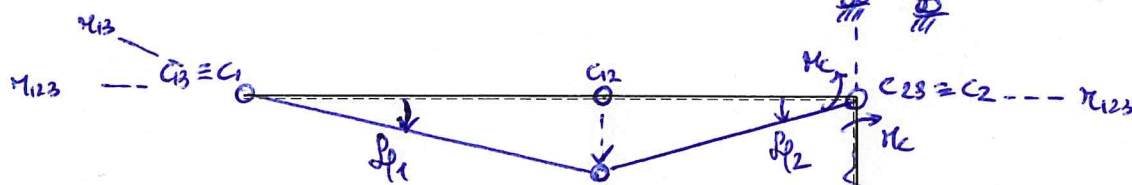
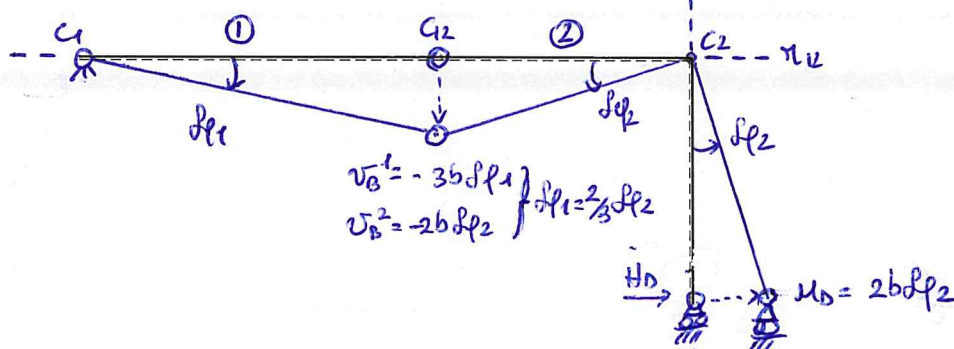
In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste AB , BC , CD) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto B , v_B , e quella orizzontale dello spostamento del punto B , u_B .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.



$$\begin{cases} C_1 \in \pi_2 \\ C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2 \quad C_2 \in \pi_{12} \end{cases}$$



$$\begin{cases} C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2 \quad C_2 \in \pi_{123} \\ C_2 \leftrightarrow C_{23} \leftrightarrow C_3 \quad C_2 \in \pi_{23} \end{cases}$$

$$\begin{cases} C_1 \leftrightarrow C_{13} \leftrightarrow C_3 \quad C_{13} \in \pi_{13} \\ C_{12} \leftrightarrow C_{23} \leftrightarrow C_{13} \quad C_{13} \in \pi_{123} \end{cases}$$

$$H_D (\Rightarrow) = -6qb; C_1 = (0, 0); C_2 = (5b, 0); C_{12} = (3b, 0);$$

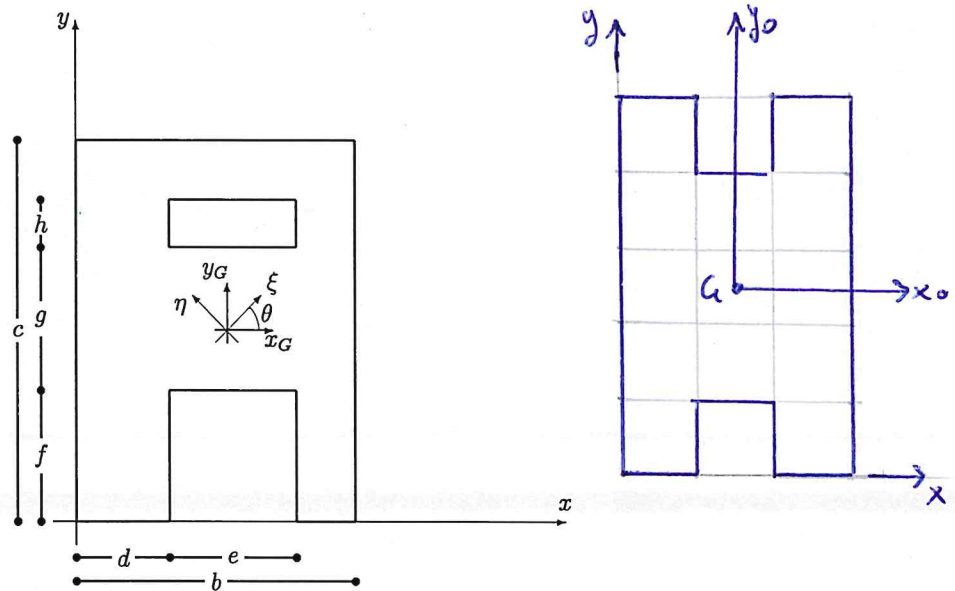
$$v_C = 0; u_D = 2b\delta\delta_2;$$

$$M_C (\curvearrowright) = -6qb^2; v_B = -3b\delta\delta_1; u_B = 0;$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: *Si noti che il disegno non è in scala!*) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 3a$; $c = 5a$; $d = a$; $e = a$; $f = a$; $g = 3a$; $h = a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del doppio dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



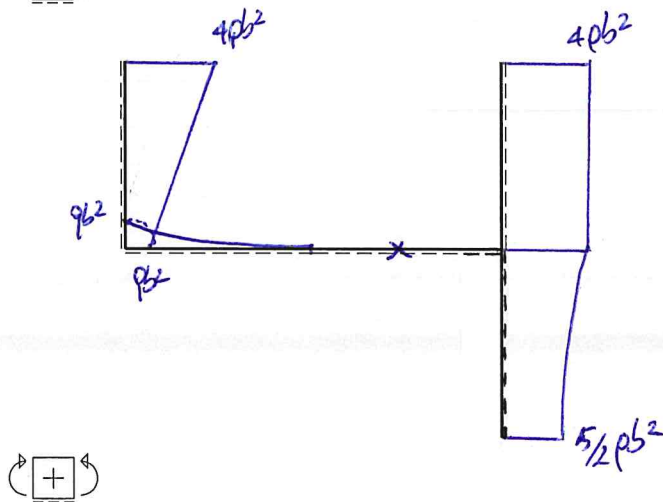
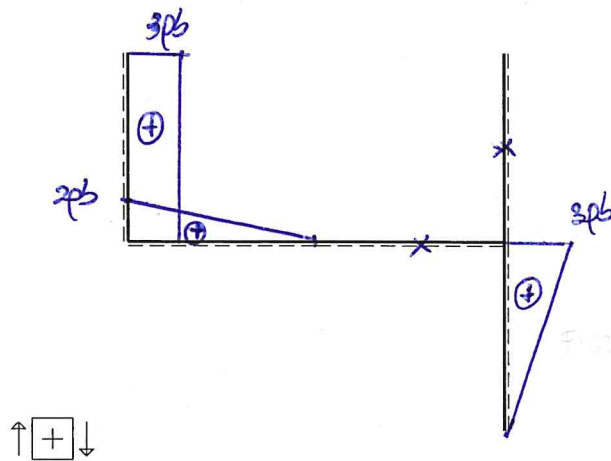
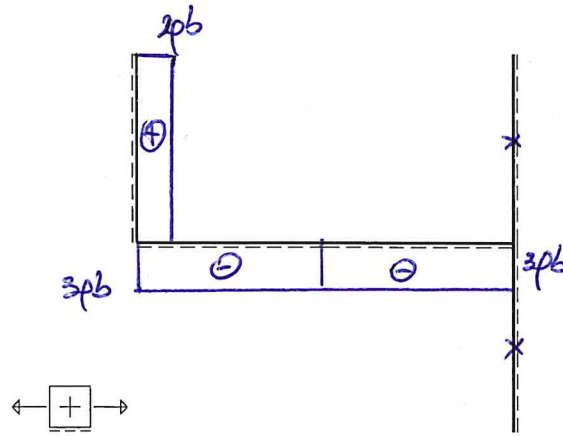
$$S_x = 65/2 a^3 = 32,5 a^3; S_y = 33/2 a^3 = 16,5 a^3;$$

$$x_G = 3/2 a = 1,5 a; y_G = 5/2 a = 2,5 a;$$

$$J_{xG} = 277/12 a^4 = 23,08\bar{3} a^4; J_{yG} = 133/12 a^4 = 11,08\bar{3} a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0;$$

$$J_\xi = J_{\max} = 277/12 a^4; J_\eta = J_{\min} = 133/12 a^4;$$



$H_A (\Rightarrow) = 3pb$	$V_A (\uparrow) = 2pb$	$M_A (\curvearrowright) = 4pb^2$	$V_F (\uparrow) = 0$	$M_F (\curvearrowright) = -5/2 pb^2$
$N_{AB} = 2pb$	$T_{AB} = 3pb$	$M_{AB} = -4pb^2 + 3pb \times 1$		
$N_{BC} = -3pb$	$T_{BC} = 2pb - 2p \times 2$	$M_{BC} = -pb^2 + 2pb \times 2 - p \times 2^2$		
$N_{CD} = -3pb$	$T_{CD} = "$	$M_{CD} = "$		
$N_{ED} = "$	$T_{ED} = "$	$M_{ED} = 4pb^2$		
$N_{FD} = "$	$T_{FD} = 3p \times 5$	$M_{FD} = +5/2 pb^2 + 3/2 p \times 5^2$		